Test inițial la matematică- clasa a XII-a

Filiera teoretică, profil real, specializarea științele naturii **Varianta 2**

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**

1.	$A^2=\begin{pmatrix}6 & -3 & -3\\ -3 & 6 & -3\\ -3 & -3 & 6\end{pmatrix}$ $3A=\begin{pmatrix}-6 & 3 & 3\\ 3 & -6 & 3\\ 3 & 3 & -6\end{pmatrix}$ $B=A^2+3A+I_3=I_3$ Suma elementelor matricei B este egală cu 3.	4p 3p 2p 1p
2.	$\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & x\\ 4 & 9 & x^2\end{vmatrix}=3x^2+4x+18-12-9x-2x^2$ $=x^2-5x+6$ $x^2-5x+6=0 \Rightarrow x\in\{2,3\}$	6p 1p 3p
3.	$\det A=3\cdot 2-5\cdot 1=1$ $\det A\neq 0$ ⇒A este inversabilă, deci există A^{-1} $A\cdot X=B\Rightarrow X=A^{-1}\cdot B$ Calculează $A^{-1}=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -5 & 3\end{pmatrix}$ $X=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -5 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0 & -1\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2 & -3\\ 6 & 8\end{pmatrix}$	1p 1p 2p 4p 2p
4.	Funcția f este derivabilă pe intervalul $\left(-\frac{1}{3},\infty\right)$, fiind compunere de funcții elementare, deci funcția este derivabilă în punctul $x_0=1$. Există $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$ Calculează $f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$ $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)=\frac{3}{2\sqrt{4}}=\frac{3}{4}$	2p 2p 3p 3p
5.	Funcția f este o funcție indefinit derivabilă, fiind rezultatul unor operații cu funcții elementare. $f'(x)=e^{3x}+3x\cdot e^{3x}=(1+3x)\cdot e^{3x}$ $f''(x)=(1+3x)'\cdot e^{3x}+(1+3x)\cdot(e^{3x})'$ $f''(x)=(9x+6)\cdot e^{3x}$ $f''(x)=0 \Leftrightarrow (9x+6)\cdot e^{3x}=0$ Cum $e^{3x}>0, \forall x\in\mathbb{R}$, rezultă că $9x+6=0$ Soluția ecuației $f''(x)=0$ este $x=-\frac{2}{3}$.	1p 2p 2p 1p 1p 1p 2p
6.	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\frac{\sin 3x}{3x}\cdot 3=3$ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}(x^2-2x+3)=3$ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)=f(0)$ ⇒f este continuă în punctul $x_0=0$	4p 3p 3p
7.	$m=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=2\Leftrightarrow$	2p

	$\lim\limits_{x\to\infty} \frac{ax^2}{x^2+bx} = 2$ Obține $\boldsymbol{a = 2}$ $$\boldsymbol{n = \lim\limits_{x\to\infty}(f(x) - mx) = 4 \Rightarrow \lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x^2}{x+b} - 2x\right) = 4}$$ $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to\infty} \frac{-2bx}{x+b} = 4 \Rightarrow}$ $-2b = 4 \Rightarrow b = -2$	**1p** **2p** **2p** **2p** **1p**
8.	Funcția f este derivabilă pe $(\boldsymbol{0}, \infty)$ $$\boldsymbol{f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x\sqrt{x}}}$$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = e^2$ f este crescătoare pe intervalul $(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{e^2}]$ și descrescătoare pe $[\boldsymbol{e^2}, +\infty)$, deci $\boldsymbol{x = e^2}$ este punct de maxim pentru f $f(x) \leq f(e^2), \forall x \in (0, \infty)$ deci $f(x) \leq \frac{2}{e}, \forall x \in (0, \infty)$	**1p** **2p** **2p** **2p** **1p** **2p**
9.	$$\boldsymbol{M(m) \cdot M(n) = (I_2 + mA) \cdot (I_2 + nA) = I_2 + mA + nA + mnA^2}$$ Cum $\boldsymbol{A^2 = A \Rightarrow}$ $\boldsymbol{M(m) \cdot M(n) = I_2 + (m + n + mn) \cdot A = M(m + n + mn)}$ $$\boldsymbol{M(m) \cdot M(n) = M(6) \Leftrightarrow m + n + mn = 6}$$ $\boldsymbol{m + n + mn = 6 \Leftrightarrow (m+1)(n+1) = 7}$ iar $\boldsymbol{(m, n)} \in \mathbb{N}\boldsymbol{x}\mathbb{N}$ În concluzie, $\boldsymbol{(m, n)} \in \{(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{6}); (\boldsymbol{6}, \boldsymbol{0})\}$	**2p** **2p** **1p** **1p** **2p** **2p**